الجمع والطرح والضرب في مجموعة الأعداد الصحيحة النسبيّة

I الجمع في مجموعة الأعداد الصحيحة النسبيّة

II الطرح في مجموعة الأعداد الصحيحة النسبيّة

III مقارنة الأعداد الصّحيحة النّسبيّة

IV الضرب في مجموعة الأعداد الصحيحة النسبيّة

الجمع والطرح والضرب في مجموعة الأعداد الصحيحة النسبيّة

أستحضـــر :

1. احسب ذهنيّا : 13×12 ; 214×5 ; $196-116$; $127+113$

2. احسب : $13\times10-8$; $26\times34-26\times24$; $17\times6+17\times24$; $2+5\times3$

أستكشف وأطبّق :

I. الجمع في مجموعة الأعداد الصحيحة النسبيّة

1. مفهوم الجمع في $\mathbb{Z}$

نشاط 1 الجدول التّالي به درجات الحرارة المسجّلة على السّاعة السّادسة والثّامنة صباحا في يوم من أيّام الشّتاء لثلاث مدن تونسيّة.

أ) أنقل الجدول التالي وأكمله

المدينة	درجة الحرارة على السّاعة السّادسة صباحا	في حدود السّاعة الثّامنة ارتفعت درجة الحرارة بـ	درجة الحرارة على السّاعة الثّامنة صباحا
تالة	-7	2	
عين دراهم	-6	3	
مكثر	-5		-2

ب) العمليّة الموافقة لحساب درجة الحرارة لمدينة تالة على السّاعة الثّامنة صباحا لذلك اليوم هي : $(-5)=(+2)+(-7)$.

أنجز العمليّة التي تحدّد درجة الحرارة على السّاعة الثّامنة صباحا لنفس اليوم لكلّ من مدينتي عين دراهم ومكثر.

نشاط 2 لعب طفل مع أقرانه لعبة الكجّات وسجّلت نتائجه في الجدول التّالي

	حاصل الصّباح	حاصل المساء	الحاصل اليومي
اليوم الأوّل	ربح 8 كجّات	ربح 12 كجّة	
اليوم الثاني	ربح 3 كجّات	خسر 5 كجّات	
اليوم الثالث	خسر 11 كجّة	ربح 4 كجّات	
اليوم الرّابع	خسر 7 كجّات	خسر 6 كجّات	

أ) أنقل الجدول على كرّاسك مستعملا الأعداد الصّحيحة النسبيّة ثمّ أكمله

ب) نعتبر الجدول المقابل

	العمليّة الموافقة للحاصل اليومي
اليوم الأوّل	(+8)+(+12)=(+20)
اليوم الثاني	(+3)+(-5)=(-2)
اليوم الثالث	
اليوم الرّابع	

أنقل الجدول على كرّاسك ثمّ أتممه.

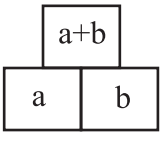
- مجموع عددين صحيحين نسبيين لهما نفس العلامة هو عدد صحيح نسبيّ قيمته المطلقة هي مجموع القيمتين المطلقتين للعددين وعلامته هي علامة العددين.
- مجموع عددين صحيحين نسبيين مختلفي العلامة هو عدد صحيح نسبيّ قيمته المطلقة هي الفرق بين أكبر وأصغر قيمة مطلقة للعددين وعلامته هي علامة العدد الّذي له أكبر قيمة مطلقة.

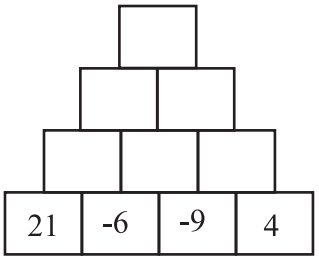
اطبّق :

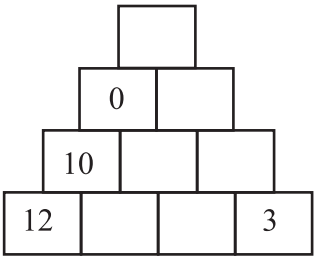
1 أ) أحسب : $(-47)+(-35)$ ، $(-27)+(+18)$ ، $(+7)+(+4)$ ، $(-13)+(+15)$.

2 أحسب : $(-9)+(-7)$، $(-28)+15$، $5+(-9)$، $38+65$، $8+(-8)$، $15+(-13)$.

3 اتمم الهرمين التّاليين حيث







4 أحسب ما يلي

(-24)+13 ; (-14)+20 ; (-18)+(-25) ; 0+(-8) ; 14+(-14).

* لحساب (+17)+(-28) بالآلة الحاسبة نضغط على الأزرار التّالية كما يلي (من اليسار إلى اليمين) أي بداية من 2 :

2	8	+/-	+	1	7	=

فتظهر لنا النّتيجة 11- على الشّاشة

2. خاصيّات عمليّة الجمع

نشاط 1 احسب وقارن المجاميع التّالية :

أ) 3+(-2) و(-2)+3 ، ب) 5+[(-4) + (-2)] و [5+(-4)]+(-2).

مهما يكن العددان الصّحيحان النسبيّان a و b فإنّ : a+b=b+a ونقول أنّ الجمع في $\mathbb{Z}$ هي عمليّة تبديليّة

مهما يكن a و b و c أعدادا صحيحة نسبيّة فإنّ : (a+b)+c=a+(b+c) ونقول أنّ الجمع في $\mathbb{Z}$ هي عمليّة تجميعيّة

أي كما في $\mathbb{N}$ الجمع في $\mathbb{Z}$ هي عمليّة تبديليّة وتجميعيّة.

اطبق :

1 استعمل الخاصيّة السابقة لتبرهن على أنّ : $(-14)+(-15)=(-19)+(-10)$

و $40+70=25+85$

2 ولد حنبعل سنة 247 قبل الميلاد (نكتب ذلك "ولد سنة 247 —"). عندما بلغ عمره 26 سنة تم تكليفه بقيادة الجيش القرطاجي. من أشهر حيله العسكريّة تلك المعروفة بـ "كمين الثيران" وهو الكمين الذي نصبه للقائد "فابيوس" بعد أربع سنوات من تولّيه قيادة الجيش وتمكّن بفضله من فتح الطريق أمام جيشه. توفي حنبعل وعمره 64 سنة.

في أي سنة كلّف حنبعل بقيادة الجيش ؟ في أيّ سنة نصب "كمين الثيران" للقائد فابيوس وفي أيّ

3 سنة توفّي ؟

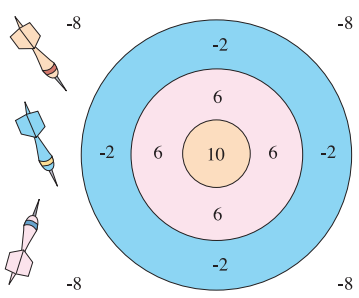
يرمي 5 أطفال كلّ منهم سهما 3 مرّات على هدف (كما في الرسم المقابل)

(نسند (-8) إن سقط السهم خارج الهدف).

في نهاية اللّعبة كانت الحصيلة كالأتي :

فؤاد : 14، رؤوف : 0، صابر : 8، لمياء : 24-، مريم : 4-.

فسّر كيف تحصّل الأطفال على تلك النتائج.



نشاط 2 جد عددا صحيحا نسبيّا يمكن أن يعوّض x في كلّ حالة من الحالات التّالية :

$-249+x=-249$ ، $x+0=24$ ، $0+x=-3+(-8)$ ، $0+x=0$ ،

$(-6+x)+0=-6$

مهما يكن العدد الصّحيح النّسبيّ a فإنّ : $a+0=0+a=a$. أي كما في $\mathbb{N}$ الصّفر هو عنصر محايد لعمليّة الجمع في $\mathbb{Z}$

3. مقابل عدد صحيح نسبيّ

نشاط 1 ليكن Δ مستقيما مدرّجا بالمعّين (O,I).

أ) نعتبر النقطتين E وF من المستقيم Δ فاصلتاهما على التوالي 3+ و3-. ماذا تمثّل النّقطة O بالنسبة إلى القطعة [EF] ؟

ب) ليكن n عددا صحيحا طبيعيّا ولتكن M وN نقطتين من المستقيم Δ حيث فاصلتاهما n و-n على التوالي. ماذا تمثّل النّقطة O بالنسبة إلى القطعة [MN] ؟

نشاط 2 ليكن Δ مستقيما مدرّجا بالمعّين (O,I)

1) ليكن a عددا صحيحا طبيعيّا وA نقطة من المستقيم Δ حيث فاصلتها a. نعتبر النقطة B مناظرة النقطة A بالنسبة إلى النّقطة O.

أ) حدّد العدد الصحيح النسبي b فاصلة النقطة B ؟

نقول أنّ b هو مقابل a

ب) احسب a+b

2) ليكن c عددا صحيحا طبيعيّا و C نقطة من المستقيم Δ حيث فاصلتها c-. نعتبر النقطة D مناظرة النقطة C بالنسبة إلى النّقطة O

أ) حدّد العدد الصحيح النسبي d فاصلة النقطة D ؟

ب) احسب c+d

نقول أن d هو مقابل c

ملاحظة :

إذا كان n عددا صحيحا طبيعيّا فإن مقابل n هو العدد n- ومقابل n- هو العدد n

ليكن a عددا صحيحا نسبيّا :

مقابل العدد a هو العدد الصّحيح النّسبيّ الوحيد b حيث : $(a+b=0)$ ونرمز له بـ $-a$

أطبق :

1 ليكن Δ مستقيما مدرّجا بالمعّين (O,I)

أ) نعتبر نقطتين A و B من المستقيم Δ حيث فاصلتاهما عددان صحيحان نسبيّان متقابلان. ماهو منتصف القطعة [AB] ؟

ب) نعتبر نقطتين E و F من المستقيم Δ متناظرتين بالنسبة لـ O. كيف هما فاصلتاهما ؟

2 أ) جد مقابل كلّ عدد من الأعداد التّالية: 3- ; 2+ ; 0 ; 5- ; 1,2- ; 3,14 .

ب) كم يوجد من عدد صحيح نسبيّ مساو لمقابله ؟.

ج) هل يوجد عدد صحيح نسبيّ ليس له مقابل ؟.

الآلة الحاسبة

9- = ثمّ +/- ثمّ 9

3 جد العدد الصحيح النّسبيّ x في كلّ حالة من الحالات التّالية :

$18+x=0$ ، $-43+x=0$ ، $x+32=0$ ، $x+(-301)=0$

مهما يكن العدد الصحيح النسبي a فإنّ $|-a|=|a|$

كلّ عددين صحيحين نسبيّين متقابلين لهما نفس القيمة المطلقة

نشاط 3 أ) أحسب $S=a+b$ حيث $a=-7$ و $b=13$.

ب) جد مقابل العدد a ومقابل العدد b وأحسب مجموعهما 'S.

ج) أحسب $S+S'$. ماذا تلاحظ ؟

د) اختر أعدادا أخرى a و b وتحقّق من النّتيجة التّالية : مقابل مجموع عددين صحيحين نسبيّين هو مجموع مقابلي هذين العددين.

مقابل مجموع عددين صحيحين نسبيّين هو مجموع مقابلي هاذين العددين.

أطبق :

1 a وb عددان صحيحان نسبيّان. جد مقابل $(a+b)$ في كلّ حالة من الحالات التّالية :

$a+b+5=0$ ، $a+(-9)+b=0$ ، $(1+b)+(-1+a)=0$ ، $-2=a+b$

4. حساب مجموع عدّة أعداد صحيحة نسبيّة

نشاط 4 نعتبر المجموع : $S=(-17)+26+(-53)+(-26)+17+(-8)$

1) أ) أحسب $S_1=(-17)+(-53)+(-26)+(-8)$ و $S_2=26+17$ و S_1+S_2.

قارن S_1+S_2 و S.

ب) فسّر لماذا $S=[(-17)+17]+[26+(-26)]+(-53)+(-8)$ ؟

2) لاحظ الحساب التّالي وأشرح مراحله :

$$\begin{aligned} A &= 85+(-18)+43 \\ &= 85+[(-3)+(-15)]+[40+3] \\ &= 85+[(-3)+3]+[(-15)+40] \\ &= 85+25 \\ &= 110 \end{aligned}$$

لا يتغيّر مجموع عدّة أعداد صحيحة نسبيّة :

- بتغيير ترتيب حدوده
- بتعويض بعض من حدوده بمجموعها.
- بتعويض أحد حدوده بمجموع يساويه.

أطبق :

1 نعتبر المجموع التّالي : $A=135+(-314)+(-27)+(-135)+14+27$. أحسب المجموع بأيسر طريقة تختارها.

2 أحسب : $14+(-2)+(-14)$; $-8+10+(-3)$; $-1+(-5)+(-15)$; $-4+(-1)+5+(-9)$

II- الطرح في مجموعة الأعداد الصحيحة النسبيّة

1. مفهوم الطرح في $\mathbb{Z}$

نشاط 1 أكمل بما يناسب

$(+11)=(\ldots)+(+8)$ وبالتّالي $(+8)=(+11)+(\ldots)$

$(-4)=(\ldots)+(+5)$ وبالتّالي $(+5)=(-4)+(\ldots)$

$(-7)=(\ldots)+(-2)$ وبالتّالي $(-2)=(-7)+(\ldots)$

ليكن a و b و c ثلاثة أعداد صحيحة نسبيّة

فإنّ $a+b=c$ يعني $a=c+(-b)$ و نكتب $a-b=a+(-b)$

ولد يوغرطة سنة 160- (أي 160 سنة قبل الميلاد). من أشهر المعارك التي خاضها معركة "سوتيل" التي دارت سنة 110- وانتصر فيها على القائد الروماني "أوليس". توفي سنة 104- في أحد سجون روما إثر أسره.

1) كم كان عمره عندما خاض معركة "سوتيل" ؟

2) كم من سنة عاش يوغرطة ؟

نشاط 2 يبيّن الجدول التّالي درجات الحرارة المسجّلة كلّ ساعة بمدينة تالة في أحد أيّام شهر ديسمبر من السّاعة الخامسة صباحا إلى منتصف النّهار.

السّاعة	5	6	7	8	9	10	11	12
درجة الحرارة	-7	-4	-2	0	3	5	7	11

ما هو مقدار ارتفاع درجة الحرارة

أ) بين السّاعة التّاسعة والسّاعة الحادية عشر؟

ب) بين السّاعة السّابعة والسّاعة التاسعة ؟

ج) بين السّاعة الخامسة والسّاعة السّادسة ؟

د) بين السّاعة الخامسة والسّاعة السّابعة ؟

هـ) بين السّاعة السّادسة والسّاعة الثّامنة ؟

2. قواعد الحساب في $\mathbb{Z}$

أ) لنتذكّر:

مهما يكن العددان الصّحيحان النسبيّان a و b فإنّ: $(a=b)$ يعني $(a-b=0)$

ب) حساب عبارات بها جمع وطرح :

نشاط 1 أ) أحسب $a+(b-c)$ و $(a+b)-c$ حيث $a=-5$ و $b=6$ و $c=4$.

قارن $a+(b-c)$ و $(a+b)-c$.

ب) اختر ثلاثة أعداد صحيحة نسبيّة a و b و c وأحسب $a+(b-c)$ و $(a+b)-c$.

ج) تحقّق أنّ $a+(b-c)=(a+b)-c$.

لنتذكّر:

مهما تكن الأعداد الصّحيحة النسبيّة a وb وc فإنّ :

$$a+(b-c)=(a+b)-c$$
$$=a+b-c$$

أطبق :

لحساب المجموع $997+(-3253)$ يمكننا استعمال النّتيجة السّابقة :

لاحظ أنّ $997=1000-3$

استعمل هذا لحساب المجموع : $997+(-3253)$

أحسب بنفس الطّريقة : $5998+(-76248)$ ، $504-3996$

نشاط 2 أحسب $a-(b+c)$ و $(a-b)-c$ حيث $a=7$ و $b=-2$ و $c=-3$. قارن $a-(b+c)$ و $(a-b)-c$

اختر ثلاثة أعداد صحيحة نسبيّة a وb وc وأحسب $a-(b+c)$ و $(a-b)-c$.

تحقّق أنّ $a-(b+c)=(a-b)-c$

لنتذكّر:

مهما تكن الأعداد الصّحيحة النسبيّة a وb وc فإنّ :

$$a-(b+c)=(a-b)-c$$
$$=a-b-c$$

أطبق :

أحسب $47+(47+15)-19$

نشاط 3 أحسب وقارن $a-(b-c)$ و $(a-b)+c$ حيث $a=-6$ و $b=-9$ و $c=5$. اختر ثلاثة أعداد صحيحة نسبيّة a وb وc وأحسب $a-(b-c)$ و $(a-b)+c$. تحقّق أنّ

$$a-(b-c)=(a-b)+c$$

لنتذكّر :

مهما تكن الأعداد الصّحيحة النسبيّة a وb وc فإنّ :

$$a-(b-c)=(a-b)+c$$
$$=a-b+c$$

أطبق :

أ) أحسب $2873-877$ بالإعتماد على النّتيجة السّابقة

ب) أحسب $321-(64-79)+64$

* مهما تكن الأعداد الصّحيحة النسبيّة a وb وc فإنّ :

$$a+(b-c)=a+b-c \quad ،a-(b+c)=a-b-c \quad ،a-(b-c)=a-b+c$$

* عند حذف الأقواس المسبوقة بعلامة "+" لا نغيّر العلامات الموجودة داخل الأقواس بينما نغيّر كلّ هذه العلامات عندما تكون الأقواس مسبوقة بعلامة "−".

اطبق :

1 أ) أحذف الأقواس من العبارات التّالية حيث a و b و c و d أعداد صحيحة نسبيّة :

$A = a-(12-b+c)$ و $B = -13-(-5-b-a+c)$

و $C = c+(b-a)-(1-c)-(-a-14+c-b)$.

ب) أنقل على كرّاسك العبارتين $a-b-c-3$ و $a-b+c+3$ حيث a و b و c أعداد صحيحة نسبيّة ثمّ ضع أقواسا في المكان المناسب في العبارة الثانية لتتساوى العبارتان.

2 احسب ذهنيّا: $-15-(-15)$; $-7-(-8)$; $15-(-15)$; $7-(-8)$; $-7-8$; $7-8$

$-3+6-10$; $-3-6-10$; $3-6-10$; $3+6-10$

$-4-(5-9)$; $-4-(9-5)$; $4-(5-9)$; $4-(9-5)$.

نشاط 4 a و b و c أعداد صحيحة نسبيّة. بيّن أنّ $(a+c)-(b+c)=a-b$

وأنّ $(a-c)-(b-c)=a-b$

لنتذكّر :

مهما تكن الأعداد الصّحيحة النّسبيّة a و b و c فإنّ :

$(a+c)-(b+c)=a-b$ و $(a-c)-(b-c)=a-b$

- نستنتج من القاعدة السّابقة أنّ المساواة بين عددين لا تتغيّر إذا أضفنا إلى طرفيها أو طرحنا منهما نفس العدد أي مهما تكن الأعداد الصّحيحة النّسبيّة a و b و c فإنّ :

$(a=b)$ يعني $(a+c=b+c)$

$(a=b)$ يعني $(a-c=b-c)$

اطبق :

1) اعتمد إحدى النّتائج السّابقة لحساب : $13816-7816$ و $14213-7513$.

2) أحسب ذهنيّا $(13816-2937)-(7816-2937)$ و $(14213+2994)-(7513+2994)$.

III. مقارنة الأعداد الصّحيحة النّسبيّة

نشاط 1 1) انقل الجدول التّالي على كرّاسك ثمّ أكمله

العدد a	العدد b	أقارن a وb باستعمال <	أحسب الفرق a–b	أحدّد علامة الفرق (a-b)
5	3	b < a	2	الفرق (a-b) موجب قطعا
123	223			
227	137			
262	1302			

2) أتمم ما يلي :

b < a يعني الفرق (a-b) عدد.....

a < b يعني الفرق (a-b) عدد.....

نشاط 2 انقل الجدول التّالي على كرّاسك ثمّ أكمله

العدد a	العدد b	أحسب الفرق a-b	أحدّد علامة الفرق (a-b)
5	-3	8	الفرق (a-b) موجب قطعا
123	-223		
-111	-57		
-115	-165		
-151	132		

إذا كان الفرق (a-b) موجبا قطعا نقول أنّ b أصغر من a ونكتب b < a .

وإذا كان الفرق (a-b) سالبا قطعا نقول أنّ a أصغر من b ونكتب a < b.

لنتذكّر:

مهما يكن العددان الصّحيحان النّسبيّان a و b فإنّ :

a أصغر من b أو مساو له يعني أنّ (a-b) عدد سالب.

a أصغر من b يعني أنّ (a-b) عدد سالب قطعا.

ونستنتج أنّ :

كلّ عدد صحيح نسبيّ موجب هو أكبر من صفر أو مساو له.

كلّ عدد صحيح نسبيّ سالب هو أصغر من صفر أو مساو له.

كلّ عدد صحيح نسبيّ سالب هو أصغر أو مساو لكلّ عدد صحيح نسبيّ موجب.

مهما يكن العددان الصّحيحان النّسبيّان a و b فإنّ: $(a \leq b)$ يعني $(a-b \leq 0)$

أطبق :

1 أنقل الجدول التّالي على كرّاسك ثمّ أكمله

العدد a	العدد b	أقارن a و b باستعمال < أو≤
115	-312	
213	-213	
-127	-571	
-302	-135	
-13	152	
-121	-121	

2 جد ذهنيّا : أ) العدد الصحيح النسبيّ الّذي هو أكبر من 12- و أصغر من 10-.

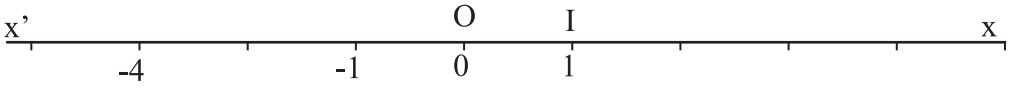
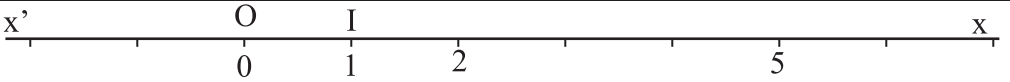
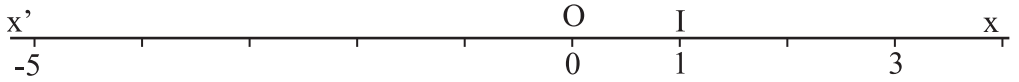
ب) كم من عدد صحيح نسبيّ أكبر من 10- و أصغر من 4- ؟

3 ليكن x عددا صحيحا نسبيّا. نعتبر العددين a و b حيث: $a=13-(x+5)$ و $b=6-x$

أحسب $a-b$ و قارن a و b.

4 a و b عددان صحيحان نسبيّان.قارن العددين A وB حيث : A=-17+(a-b) و B=-12-(b-a)

نشاط 3 انقل الجدول التّالي على كرّاسك ثمّ أكمله

مقارنة العددين	التمثيل على مستقيم مدرّج
$-4<-1$	
-3 8	
2.....5	
-5 3	
$-2<$	

كيف يمكن استغلال التّمثيل على مستقيم مدرّج لمقارنة عددين صحيحين نسبيّين؟

نشاط 4 أ) رتّب تصاعديّا باستعمال الرّمز $<$ الأعداد التّالية :

9 و 12 و 3- و 0 و 16 و 10- و 7- و 2- و 4

ب) أنقل الجدول التّالي على كرّاسك و أكمله:

a	b	$\lvert a\rvert$	$\lvert b\rvert$	أقارن a و b باستعمال $<$	أقارن $\lvert a\rvert$ و $\lvert b\rvert$ باستعمال $<$
-4	-5	4	5	$b<a$	$\lvert a\rvert \prec \lvert b\rvert$
-3	-11				
-9	-2				
-21	-8				

ماذا تلاحظ ؟

لنتذكّر:

مهما يكن العددان الصّحيحان النّسبيّان السّالبان فإنّ أصغرهما هو الّذي له أكبر قيمة مطلقة.

اطبق :

أ) ما هو أكبر عدد صحيح نسبيّ أصغر من 7− ؟

ب) ما هو أصغر عدد صحيح نسبيّ أكبر من 4− ؟

ج) رتّب تصاعديا الأعداد الصحيحة النّسبيّة السّالبة a و b و c حيث $|a|<|b|<|c|$.

د) رتّب تنازليا الأعداد الصحيحة النّسبيّة السّالبة a و b و c حيث $|a|\succ 3$ و $|b|=3$ و $|c|\prec 2$

IV- الضرب في مجموعة الأعداد الصحيحة النسبيّة

1. جذاء عددين صحيحين نسبيّين

نشاط 1) اقترض رجل من بنك 450 دينارا في ثلاث مناسبات بحساب 150 دينارا في كل مرة وللتعبير على ذلك بعملية نكتب $(-150)\times 3=-450$

احسب بنفس الطريقة الجذاءات التّالية : $25\times(-16)$; $7\times(-250)$; $4\times(-15)$

2) أ) باستعمال الآلة الحاسبة احسب : $(-3)\times(-150)$ ، $(-3)\times 150$.

ب) ماذا تلاحظ مقارنة مع الجذاء 3×150 ؟

3) لنا $42\times 5=210$ و $125\times 8=1000$. ما هي، في نظرك، نتيجة كل جذاء من الجذاءات التّالية :

$(-5)\times(42)$; $(5)\times(-42)$; $(-8)\times(-125)$ ؟

لنتذكّر:

– جذاء عددين صحيحين نسبيين مختلفي العلامة هو عدد صحيح نسبي سالب قيمته المطلقة هي جذاء القيمتين المطلقتين لهاذين العددين	**قاعدة العلامات :**
– جذاء عددين صحيحين نسبيين لهما نفس العلامة هو عدد صحيح نسبي موجب قيمته المطلقة هي جذاء القيمتين المطلقتين لهاذين العددين	– جذاء عددين لهما نفس العلامة هو عدد موجب. – جذاء عددين مختلفي العلامة هو عدد سالب.

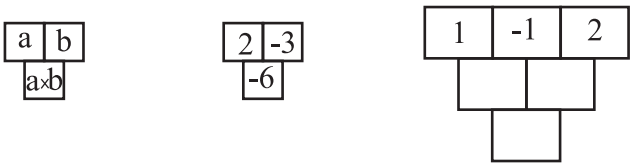
أطبق :

1 انقل واتمم جدول الضرب المقابل للأعداد الصحيحة النسبيّة من 3- إلى 3 :

				3				
				2				
				1				
				0				
-3	-2	-1	0	×	0	1	2	3
				0				
				-1				
				-2				
				-3				

2 احسب $(-12)\times 9$; $(-4)\times(-125)$; $16\times(-23)$

3 أنقل وأكمل الأعداد المناسبة في الخانات الشاغرة بالشكل التّالي حسب الطريقة المرفقة به :



4 جد عددين صحيحين نسبيّين x و y بحيث : أ) $xy=-18$ ، ب) $xy=12$ ، ج) $|xy|=10$

أعط كلّ الإمكانيّات.

في جذاء لا تحذف الأقواس لعدد سالب إلاّ إذا كان هو عامله الأوّل.

فـ $7\times(-4)$ تكتب أيضا 7×-4 و $(-6)\times(-5)$ تكتب أيضا $-5\times(-6)$

5 احسب : $(-75)\times(-32)$; 25×-8

2. خاصيّات الضرب في $\mathbb{Z}$

نشاط أحسب وقارن :

أ) $7\times(-5)$ و $(-5)\times7$ ، ب) $(-14)\times((-6)\times5)$ و $((-14)\times5)\times(-6)$ ،

ج) $[11+(-5)](-8)$ و $11\times(-8)+(-5)\times(-8)$ ،

د) $[(-3)-(-10)]\times(-12)$ و $(-3)\times(-12)-(-10)\times(-12)$

لنتذكّر:

- مهما تكن a و b العددان الصّحيحان النّسبيّان فإنّ: $a\times b=b\times a$
  ونقول أنّ الضرب في $\mathbb{Z}$ هي عمليّة تبديليّة
- مهما تكن a و b و c أعدادا صحيحة نسبيّة فإنّ : $(a\times b)\times c=a\times(b\times c)$
  ونقول أنّ الضرب في $\mathbb{Z}$ هي عمليّة تجميعيّة
- مهما تكن a و b و c أعدادا صحيحة نسبيّة فإنّ : $a\times(b+c)=a\times b+a\times c$
  ونقول أنّ الضرب في $\mathbb{Z}$ هي عمليّة توزيعيّة على الجمع
- مهما تكن a و b و c أعدادا صحيحة نسبيّة فإنّ : $a\times(b-c)=a\times b-a\times c$
  ونقول أنّ الضرب في $\mathbb{Z}$ هي عمليّة توزيعيّة على الطرح

أطبق :

علما أنّ $20\times34=680$ و $3\times34=102$ أحسب دون القيام بعمليّة الضّرب كلاّ من الجذاءات التالية:

$34\times(-17)$ و 34×23 و $34\times(-18)$ و 34×15 و $(-34)\times35$.

3. جذاء عدّة أعداد صحيحة نسبيّة

ملاحظة : كما في $\mathbb{N}$ لا يتغيّر جذاء عدّة أعداد صحيحة نسبيّة :

- بتغيير ترتيب عوامله.
- ولا بتعويض بعض من عوامله بجذائها.
- ولا بتعويض أحد عوامله بجذاء يساويه.

أطبق :

1 نعتبر الجذاءين A و B حيث: $A=(-30)\times4\times(-27)\times25$ ، $B=(-25)\times28\times30$.

يمكننا حساب A كما يلي :

$$\begin{aligned}A&=(-30)\times4\times(-27)\times25\\&=4\times25\times(-30)\times(-27)\\&=100\times(-30)\times(-27)\\&=100\times810\\&=81000\end{aligned}$$

و

$$\begin{aligned}B&=(-25)\times28\times30\\&=(-25)\times(4\times7)\times(3\times10)\\&=(-25\times4)\times(7\times3)\times10\\&=(-100)\times21\times10\\&=-1000\times21\\&=-21000\end{aligned}$$

2 أحسب بأيسر طريقة

$C=(-45)\times 24$; $D=25\times(-18)$; $E=(-105)\times(-12)$;

$F=5\times(-17)\times 3\times(-20)$; $G=(-125)\times 32\times 25$

حدّد دون انجاز العمليّات علامة كلّ من الجذاءات التّالية

$(-7)\times(-2)\times 11\times(-3)\times(-4)\times 3\times(-9)$;

$(-15)\times 13\times(-105)\times(-17)$; $(-103)\times(-17)\times(-37)\times 11\times(-12)$;

لنتذكّر:

يكون جذاء عدّة أعداد صحيحة نسبيّة موجبا إذا كان عدد العوامل السّالبة لهذا الجذاء زوجيّا.

يكون جذاء عدّة أعداد صحيحة نسبيّة سالبا إذا كان عدد العوامل السّالبة لهذا الجذاء فرديّا.

4. النشر وكتابة مجموع في صيغة جذاء

أ. نشر جذاء إلى مجموع حدود

نشاط لنعتبر الجذاءات التّالية :

$A=-2\times(a+1)$ و $B=b\times(a-2)$ و $C=(a-1)\times(-3)$ و $D=a\times(b+c-d)$

حيث a و b و c و d أعداد صحيحة نسبيّة. A تساوي أيضا $1\times(-2)+a\times(-2)$

نقول إنّنا قمنا بنشر الجذاء $-2\times(a+1)$.

حوّل بقيّة الجذاءات B و C و D إلى كتابات جمعيّة مستعملا توزيعيّة الضّرب على الجمع والطّرح في $\mathbb{Z}$

نقول عندئذ إنّك قمت بنشر هذه الجذاءات.

ب. كتابة مجموع في صيغة جذاء

نشاط لنعتبر المجاميع التّالية : $R=ab-bc+bd$ و $Q=3a-9$ و $S=-8ab+5a$ و $T=2a+6b$

حيث a و b و c و d أعداد صحيحة نسبيّة.

يمكن كتابة T على النحو التّالي : $T=2a+2\times(3b)$. T هو مجموع الجذاءين 2a و $2\times(3b)$ اللّذين يشتركان في نفس العامل 2.

يمكن أن نحوّل T إلى جذاء : $T=2\times(a+3b)$

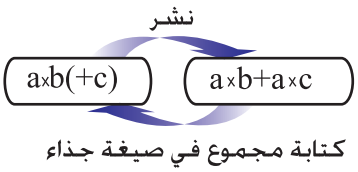
فنقول إنّنا كتبنا المجموع في صيغة جذاء.

حوّل كلاّ من المجاميع S و Q و R إلى جذاء عاملين.

* a و b و c هي أعداد صحيحة نسبيّة

المرور من الجذاء a(b+c) إلى المجموع ab+ac يسمّى نشرا للجذاء a(b+c)

المرور من المجموع ab+ac إلى الجذاء a(b+c) يسمّى كتابة المجموع ab+ac في صيغة جذاء



* النشر وكتابة مجموع في صيغة جذاء هما إجراءان متعاكسان.

5. الحساب في $\mathbb{Z}$

أ. أولويّة العمليّات

نشاط احسب العبارتين : $A=-2\times(5+6)$ و $B=-2\times5+6$

لحساب A نقوم أوّلا بحساب ما بداخل القوسين أي بعمليّة الجمع $5+6=11$ ثم بعد ذلك بعمليّة الضرب $-2\times11=-22$ فنجد $A=-22$

لحساب B نقوم أوّلا بعمليّة الضرب $-2\times5=-10$ ثمّ بعمليّة الجمع $-10+6=-4$ فنجد $B=-4$

الفرق في كتابة العبارتين $A=-2\times(5+6)$ و $B=-2\times5+6$ هو وجود أقواس في كتابة A تشير إلى أولويّة عمليّة الجمع.

لنتذكّر:

عند عدم وجود أقواس تشير إلى أولويّة العمليّات فإنّ عمليّة الضرب لها أولويّة على عمليّتي الجمع والطرح أي ننجز عمليّة الضرب قبل عمليّتي الجمع والطرح.

أطبق :

1 a و b و c هي أعداد صحيحة نسبيّة. ما هي أولويّة العمليّات لحساب كلّ عبارة من العبارات التّالية :

$A=a+b\times c$ و $B=(a-b)\times c$ و $C=a\times b-c$ و $D=a-b\times c$ و $E=a\times(b-c)$ ؟

2 1) أحسب : أ) $X=-3\times(2-7)-16$ و $Y=-3\times2-7-16$

ب) $Z=15-13\times2+17$ و $T=15-(13\times2+17)$

2) ضع أقواسا في المكان المناسب لكي تكون المساواة صحيحة :

أ) $-10=5\times(-4)-(-3)\times2$ ، ب) $10=5(-4)-(-3)\times2$ ، ج) $34=5\times(-4)-(-3)\times2$

ب .المجموع الجبريّ

نشاط لنعتبر الأعداد الصحيحة النسبيّة a و b و c.

- a+b+c هو مجموع وحدوده a و b و c.
- $a-b+c$ هوكذلك مجموع وحدوده a و b– و c لأنّ : a-b+c=a+(-b)+c

  نقول إنّ a-b+c هو مجموع جبريّ.
- كذلك $a-b-c$ و $a+b-c$ هما مجموعان جبريان.

أ- أكتب المجاميع الجبريّة التّالية في صيغة مجاميع : $A=a-12+b-c$

و $C=(a-6)-(b-7)+(c-15)$

ب- أكتب المجاميع التّالية في صيغة مجاميع جبريّة : $T=(-25)+(-138)+(-2)$

و $S=a+(-b)+(-12)+(-c)$

اطبق :

1. a و b و c هي أعداد صحيحة نسبيّة. أنشر واختصر :

$A=2(-3a+5b)+6(b-a)$

و $B=-5(-a+3b)+7(2b-a+3)$ و $C=(-2+a-b)(5-a)-a(b-2)$

2. احسب ذهنيّا $3\times(-11)\times(-3)$; $(-5)\times(-2)\times(-8)$; $(-1)\times4\times10\times(-5)$

3. نعتبر الجذاء التّالي: $P=-1\times(-2)\times(-3)\times\ldots\times(-9)\times(-10)$

أ - هل العدد P موجب أم سالب ؟

ب- بكم من صفر ينتهي العدد P ؟

أحوصـل

- مجموع عددين صحيحين نسبيين لهما نفس العلامة هو عدد صحيح نسبيّ قيمته المطلقة هي مجموع القيمتين المطلقتين للعددين وعلامته هي علامة العددين.
- مجموع عددين صحيحين نسبيين مختلفي العلامة هو عدد صحيح نسبيّ قيمته المطلقة هي الفرق بين أكبر وأصغر قيمة مطلقة للعددين وعلامته هي علامة العدد الّذي له أكبر قيمة مطلقة .
- مهما يكن العددان النسبيان a وb فإنّ : a+b=b+a

  ونقول أنّ الجمع في $\mathbb{Z}$ هي عمليّة تبديليّة.
- مهما تكن الأعداد الصحيحة النسبيّة a وb وc فإنّ : (a+b)+c=a+(b+c) ونقول أنّ الجمع في $\mathbb{Z}$ هي عمليّة تجميعيّة.
- لا يتغيّر مجموع عدّة أعداد صحيحة نسبيّة بتغيير ترتيب حدوده ولا بتعويض بعض من حدوده بمجموعها ولا بتعويض أحد حدوده بمجموع يساويه.

طرح عدد صحيح نسبيّ يعني إضافة مقابله أي a-b=a+(-b) حيث a وb عددان صحيحان نسبيّان.

- مهما يكن العددان النسبيّان فإنّ : (a=b) يعني (a-b = 0)
- عند حذف الأقواس المسبوقة بعلامة "+" لا تتغيّر العلامات الموجودة داخل الأقواس بينما تتغيّر كلّ هذه العلامات عندما تكون الأقواس مسبوقة بعلامة "-"
- مهما يكن العددان الصّحيحان النّسبيّان a وb فإنّ : $(a \leq b)$ يعني $(a-b \leq 0)$

  و $(a \prec b)$ يعني $(a-b \prec 0)$
- جذاء عددين صحيحين نسبيين مختلفي العلامة هوعدد صحيح نسبي سالب قيمته المطلقة هي جذاء القيمتين المطلقتين لهذين العددين.

- جذاء عددين صحيحين نسبيين لهما نفس العلامة هو عدد صحيح نسبي موجب قيمته المطلقة هي جذاء القيمتين المطلقتين لهاذين العددين.
- في جذاء لا تحذف الأقواس لعدد سالب إلاّ إذا كان هو عامله الأوّل.
- مهما يكن العددان النسبيان a و b فإنّ : $a\times b=b\times a$ ونقول أنّ الضرب في $\mathbb{Z}$ هي عمليّة تبديليّة.
- مهما تكن الأعداد الصحيحة النسبيّة a و b و c فإنّ : $(a\times b)\times c=a\times(b\times c)$ ونقول أنّ الضرب في $\mathbb{Z}$ هي عمليّة تجميعيّة.
- مهما تكن الأعداد الصحيحة النسبيّة a و b و c فإنّ : $a\times(b+c)=a\times b+a\times c$ ونقول أنّ الضرب في $\mathbb{Z}$ هي عمليّة توزيعيّة على الجمع.
- مهما تكن الأعداد الصحيحة النسبيّة a و b و c فإنّ: $a\times(b-c)=a\times b-a\times c$ ونقول أنّ الضرب في $\mathbb{Z}$ هي عمليّة توزيعيّة على الطرح
- لا يتغيّر جذاء عدّة أعداد صحيحة نسبيّة بتغيير ترتيب عوامله ولا بتعويض بعض من عوامله بجذاء يساويه.

التمارين

1 أحسب : $(-20)+(-80)$ ، $(+394)+206$ ، $(-36)+(-124)$ ، $(-128)+345$ ، $104+213$ ،
$96+(-271)$ ، $(+18)+(-314)$ ، $105+(-105)$

2 أحسب : $(+13)+(-21)+(-13)$ ، $(-43)+35+(+8)$ ، $(-38)+(-29)+(-22)$ ،
$(-65)+(-4)+(-16)$ ، $200+(-20)+(-205)$ ، $3+(-3)+(-12)$

3 نعتبر الأعداد الصّحيحة النسبيّة $a=-26$ و $b=-14$ و $c=36$ و $d=10$
أحسب :

أ) $a+b$ و $c+d$ ثمّ $(a+b)+(c+d)$.

ب) $a+c$ و $b+d$ ثمّ $(a+c)+(b+d)$،

ج) $a+d$ و $b+c$ ثمّ $(a+d)+(b+c)$. ماذا تلاحظ ؟ لماذا ؟

4 أحسب $|a+b|$ و $|a|+|b|$ في كلّ حالة من الحالات التّالية :

1) أ) $a=-7$ و $b=-13$ ، ب) $a=8$ و $b=15$ ، ج) $a=-12$ و $b=-9$.

ما هي، في كلّ مرّة ، علامة كلّ من a و b ؟ قارن $|a+b|$ و $|a|+|b|$.

2) أ) $a=-10$ و $b=6$ ، ب) $a=23$ و $b=-15$ ، ج) $a=-21$ و $b=35$.

ما هي، في كلّ مرّة، علامة كلّ من a و b ؟ قارن $|a+b|$ و $|a|+|b|$.

5 a و b عددان صحيحان نسبيّان حيث $|a|=8$ و $|b|=7$.
أحسب المجموع $a+b$ مقدّما جميع الحلول الممكنة.

6 جد العدد الصحيح النسبيّ x في كلّ حالة من الحالات التّالية :
$12+(x+37)=12$ ، $214+[(-65)+x]=0$ ، $x+(-15)+4=4$

7 a و b هما عددان صحيحان نسبيّان يحقّقان $a+b=-10$.

8 أحسب $A=(46+a)+b$ ، $B=(-35+b)+a$ ، $C=(-23+a)+b$ ، $D=b+(-18)+a$

جد مقابل كلّ عدد من الأعداد التّالية : 42، مقابل (23-)، 0، $|-12|$، مقابل $(-|-6|)$

9 a و b و c هي أعداد صحيحة نسبيّة بحيث $a+b+c=2$.

أ) جد a إذا علمت أنّ b و c متقابلان.

ب) جد b إذا علمت أنّ $a=c=3$

ج) جد c إذا علمت أنّ $|a|=|b|=2$ وأنّ a و b لهما نفس العلامة (قدّم كلّ الحلول الممكنة).

10 احسب $21-14$، $17-0$ ، $(-19)-(-34)$ ، $(-13)-(-13)$ ، $(-15)-0$ ، $0-(-16)$ ، $(-12)-110$ ، $(-23)-(-213)$.

11 احسب $15-41$ ، $(-15)-41$ ، $-15-41$ ، $(-15)-41-$

12 إذا علمت أنّ $|a|=8$ و a موجب و $|b|=5$ و b. أحسب $a-b$.

13 أ) أحسب $318-215$ و $318+215$

ب) أحسب بدون إنجاز أيّة عمليّة :

$(215-306)-(318-306)$ ، $(215+1237)+(318-1237)$ ، $(215+47)-(318+47)$ ، $(215-48)+(318+48)$

14 أحسب بطريقتين : $-21+(13-17)$ ، $-37-(12-23)$ ، $15-(17+32)$ ، $112-[86-(-68)]$، $27-(-13-14)$، $310+(-12-21)$ ، $-100+[180-(-20)]$ ، $(-15)-(-14+14)$

15 احسب المجاميع التالية :

$C=63-15+27-63-32$; $B=245-142-358-245$; A=6-4-9+2-7

$D=(3-5+8)-(12-7+4)$; $E=-(2-8)-[3-5-(6-9)]$

16 احسب

$J=83+(-12)+(-21)+92+12+(-6)$; $N=-67+(-5)+93+(-28)+7+(-5)$

$R=-2,5+4+(-7)+2,5+11+(-18)$; $F=(18-12)-(5-9)-(7-4)+(1-3)$;

$G=-(15-23+35)+(25-8)-(-65+11)$

17 أ) أحسب $|a-b|$ ثمّ $|a|-|b|$ في الحالات التّالية : $a=102$ و $b=-23$ ، ب) $a=-21$ و $b=-15$ ، ج) $a=18$ و $b=13$ ، د) $a=12$ و $b=19$.

ب) في أيّ حالة من الحالات السّابقة تتحقّق فيها المساواة : $|a-b|=|a|-|b|$ ؟ أعط أمثلة لذلك.

18 أ) أحسب الجذاءات التّالية :

$(-5)\times(-12)$ و $(-15)\times(-23)$ و $(-10)\times(+725)$ و $4\times(-37)$ و $(-17)\times17$

و $(-1)\times(-4327)$ و $0\times(-345)$ و $(-25)\times(-25)$

19 ب)أحسب $A=3\times(-5)\times(-8)$ ، $B=(-2)\times(-4)\times(-5)$ ، $C=2\times(-4)\times5$ ، $D=2\times(-3)\times4\times(-5)$ ، $E=(-3)\times(-5)\times(-7)\times(-9)$ ، $F=(-2)\times(+4)\times6\times(-8)$

20 1) أعط علامة كلّ عدد من الأعداد التّالية دون حسابها

$A=(-13)\times(-6)\times17$ ، $B=(-11)\times(-7)\times5\times(-2)$ ،

$C=(-7)\times(-6)\times(-5)\times(-4)\times(-3)\times(-2)\times(-1)$

2) قارن العددين التّاليين دون حسابهما:

أ) $A=(-4)\times(-11)\times13\times(-6)$ و $B=(-4)\times11)\times(-13)\times6$

ب) $C=(-8)\times(-4)\times(-3)\times9\times(-2)$ و $D=8\times(-4)\times(-3)\times(-9)\times(-2)$

ج) $E=(-5)\times(-6)\times3\times7\times(-4)$ و $F=(-7)\times5\times6\times(-3)\times4$

21 تحقّق أنّ $555=15\times37$ و $851=23\times37$. باستعمال النتائج السابقة، أحسب الجذاءات التّالية :

38×37 و -8×37 و 30×37 و 53×37 و -46×37

22 أحسب بطريقتين الجذاء $a\times(b+c)$ في كلّ حالة من الحالات التّالية :

أ) $a=-16$ و $b=-5$ و $c=13$ ب) $a=12$ و $b=-7$ و $c=-13$ ج) $a=-6$ و $b=-25$ و $c=-15$ د) $a=6$ و $b=25$ و $c=15$

23 أحسب ثمّ قارن : أ) $3+(-4)\times7$ و $[3+(-4)]\times7$ ، $7\times4-3$ ب) $3\times[(-4)-7]$ و $3\times(-4)-7$ ، ج) $-6\times5+3\times4-7$ و $-6\times(5+3)\times4-7$ ، د) $10+2\times(-5)-4$ و $10+(-5)\times(-4+2)$

24 أكتب في صيغة جذاء العبارات التّالية : $12a-4$، $-4a-28$، $-35+10a$، $5a-ab$، $7ab-14b$، $2-6a+10b$، حيث a و b عددان صحيحان نسبيّان.

25 x و y عددان صحيحان نسبيّان. أكتب بأبسط صيغة :

أ) $2x-9y+3x+5y$، ب) $3+y-5x+6y$، ج) $-15y-y+10x-x$

26 a و b عددان صحيحان نسبيّان. أنشر وأكتب بأبسط صيغة :

أ) $2(3a-b)+3(b-a)$، ب) $-3(-b+2a)+2(a-5b)$، ج) $(1-3a)(2-b)+(-2+a)b$

27 أحسب بطريقتين : $A=(-7)\times13+(-7)\times(-13)$ ، $B=(-15)\times6+(-15)\times4$ ، $C=43\times(-9)+(-9)\times57$ ، $D=(-3)\times[(-4)+14]$ ، $E=[(-5)+(-18)]\times(-20)$

28 أحسب : $a=7\times(10-1\times3)\times(12-15+5)$ ، $b=23+17\times(10-11\times3)$، $c=13-9\times(120-15\times5)$ ، $d=8\times(11-7\times2)$ ، $e=13\times(6-5)-(28-23)$ ، $f=6\times(12-48+6)+(7-3\times5)$